



# Computação Gráfica

**Engenharia de Computação**

CEFET/RJ – campus Petrópolis

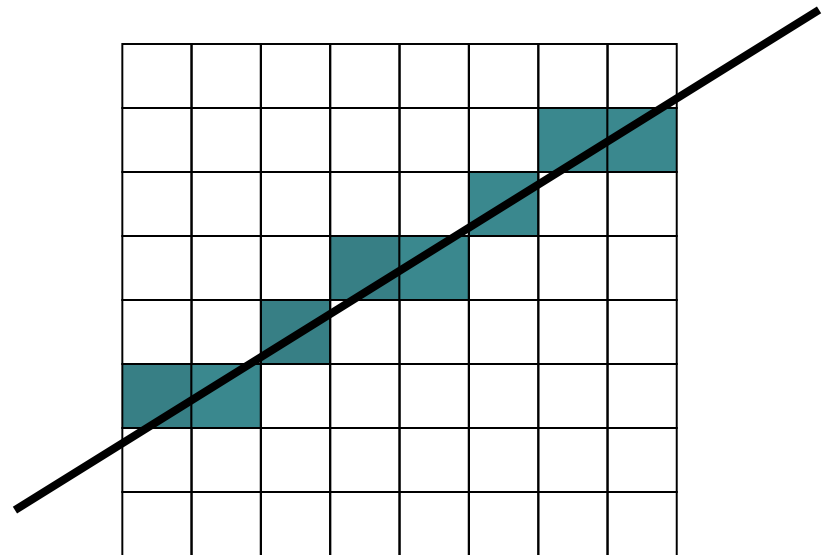
Prof. Luis Retondaro

## Aula 4

# Rasterização

# Representação Vetorial x Matricial

- Normalmente, gráficos são definidos através de primitivas geométricas como pontos, segmentos de retas, polígonos, etc
  - ◆ Representação vetorial
- Dispositivos gráficos podem ser pensados como matrizes de pixels (*rasters*)
  - ◆ Representação matricial
- Rasterização é o processo de conversão entre representações vetorial e matricial

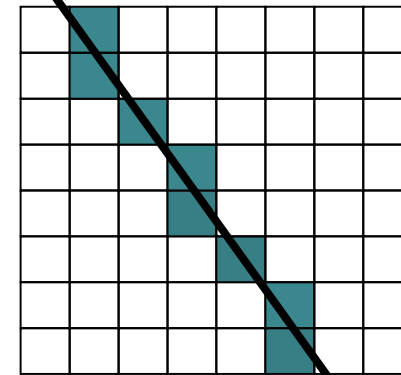
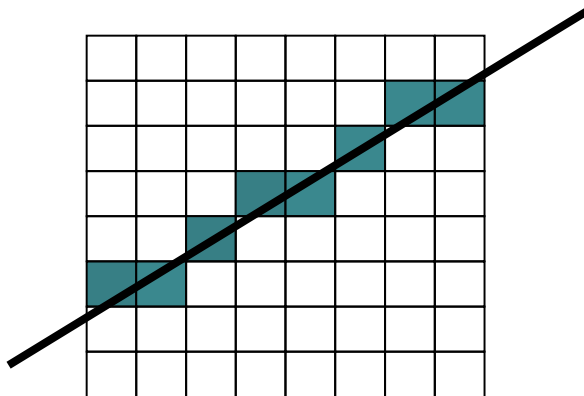


# Considerações Gerais

- Rasterização é um processo de amostragem
  - ♦ Domínio contínuo → discreto
  - ♦ Problemas de *aliasing* são esperados
- Cada primitiva pode gerar um grande número de pixels
  - ♦ Rapidez é essencial
- Em geral, rasterização é feita por hardware
- Técnicas de *antialiasing* podem ser empregadas, usualmente extraíndo um custo em termos de desempenho

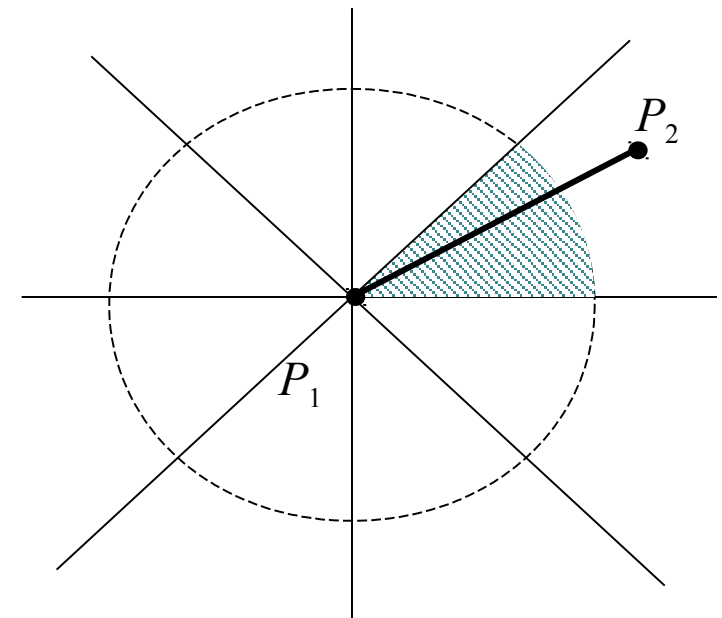
# Rasterização de Segmentos de Reta

- Segmento de reta entre  $P_1 = (x_1, y_1)$  e  $P_2 = (x_2, y_2)$ 
  - ♦ Já foi recortado com relação ao *viewport*
- Objetivo é pintar os pixels atravessados pelo segmento de reta
  - ♦ Na verdade, nem todos, apenas os mais próximos
- Reta de suporte dada por  $a x + b y + c = 0$
- Queremos distinguir os casos
  - ♦ Linhas ~ horizontais → computar  $y$  como função de  $x$
  - ♦ Linhas ~ verticais → computar  $x$  como função de  $y$



# Algoritmo Simples

- Assumimos segmentos de reta no primeiro octante, com
  - ♦ Demais casos resolvidos de forma simétrica
- Inclinação (entre 0 e 1) dada por  $m = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$
- Algoritmo:
  - ♦ Para  $x$  desde  $x_1$  até  $x_2$  fazer:
    - $y \leftarrow y_1 + \lceil m * (x - x_1) + 0.5 \rceil$
    - Pintar pixel  $(x, y)$

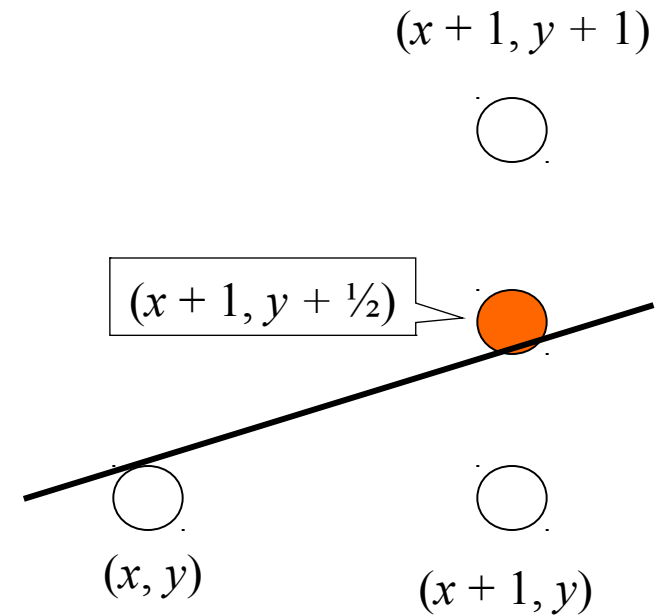


# Algoritmo Incremental

- Algoritmo simples tem vários problemas:
  - ♦ Utiliza aritmética de ponto-flutuante
  - ♦ Sujeito a erros de arredondamento
  - ♦ Usa multiplicação
  - ♦ *Lento*
- Se observarmos que  $m$  é a variação em  $y$  para um incremento unitário de  $x$ , podemos fazer ligeiramente melhor:  
 $x \leftarrow x_1; \quad y \leftarrow y_1$   
Enquanto  $x \leq x_2$  fazer:
  - $x \leftarrow x + 1$
  - $y \leftarrow y + m$
  - Pintar pixel  $(x, \lfloor y + 0.5 \rfloor)$
- Ainda usa ponto-flutuante

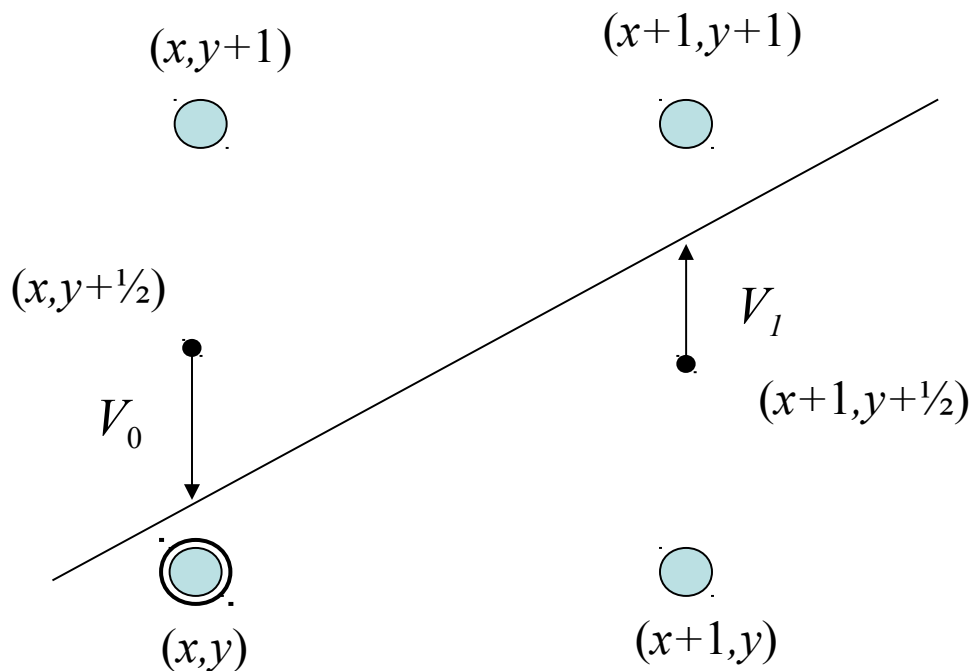
# Algoritmo de Bresenham

- Algoritmo clássico da computação gráfica
- Algoritmo incremental que utiliza apenas soma e subtração de inteiros
- Idéia básica:
  - ♦ Em vez de computar o valor do próximo  $y$  em ponto flutuante, decidir se o próximo pixel vai ter coordenadas  $(x + 1, y)$  ou  $(x + 1, y + 1)$
  - ♦ Decisão requer que se avalie se a linha passa acima ou abaixo do ponto médio  $(x + 1, y + \frac{1}{2})$



# Algoritmo de Bresenham

- Variável de decisão  $V$  é dada pela classificação do ponto médio com relação ao semi-espço definido pela reta
- Caso 1: Linha passou abaixo do ponto médio



$$ax+by+c=V$$

onde  $\begin{cases} V=0 \rightarrow (x, y) \text{ sobre a reta} \\ V < 0 \rightarrow (x, y) \text{ abaixo da reta} \\ V > 0 \rightarrow (x, y) \text{ acima da reta} \end{cases}$

$$V_1 = a(x+1) + b(y + \frac{1}{2}) + c$$

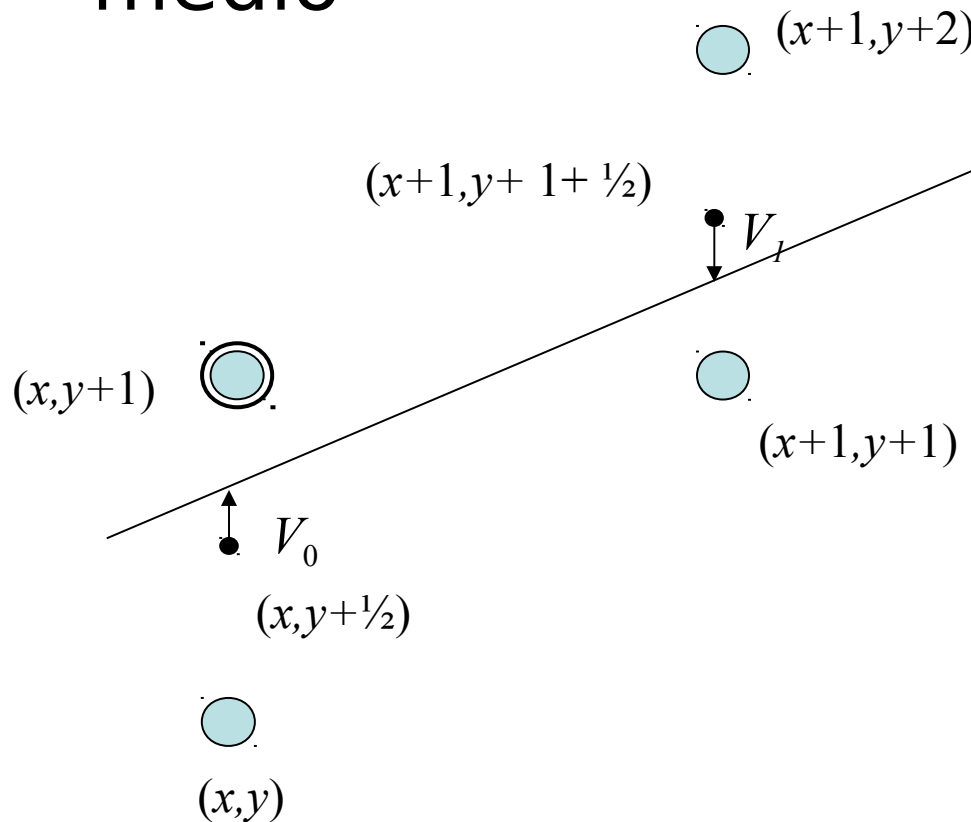
$$V_0 = ax + b(y + \frac{1}{2}) + c$$

$$\therefore V_1 = V_0 + a$$



# Algoritmo de Bresenham

- Caso 2: Linha passou acima do ponto médio



$$V_1 = a(x+1) + b(y+1 + \frac{1}{2}) + c$$

$$V_0 = ax + b(y + \frac{1}{2}) + c$$

$$\therefore V_1 = V_0 + a + b$$

# Algoritmo de Bresenham

- Coeficientes da reta
  - ♦  $a = y_2 - y_1$
  - ♦  $b = x_1 - x_2$
  - ♦  $c = x_2 y_1 - x_1 y_2$
- Para iniciar o algoritmo, precisamos saber o valor de  $V$  em  $(x_1 + 1, y_1 + \frac{1}{2})$ 
  - ♦ 
$$V = a(x_1 + 1) + b(y_1 + \frac{1}{2}) + c$$
$$= \underbrace{a x_1 + b y_1 + c}_0 + a + b/2 = a + b/2$$
- Podemos evitar a divisão por 2 multiplicando  $a$ ,  $b$  e  $c$  por 2 (não altera a equação da reta)

# Algoritmo de Bresenham - Resumo

$$a \leftarrow y_2 - y_1$$

$$b \leftarrow x_1 - x_2$$

$$V \leftarrow 2 * a + b$$

$$x \leftarrow x_1$$

$$y \leftarrow y_1$$

Enquanto  $x \leq x_2$  fazer:

    Pintar pixel  $(x, y)$

$$x \leftarrow x + 1$$

    Se  $V \leq 0$

$$\text{Ent\~{a}o } V \leftarrow V + 2 * a$$

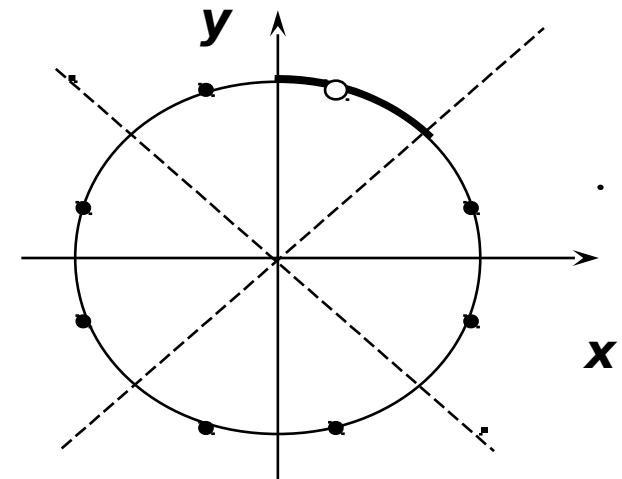
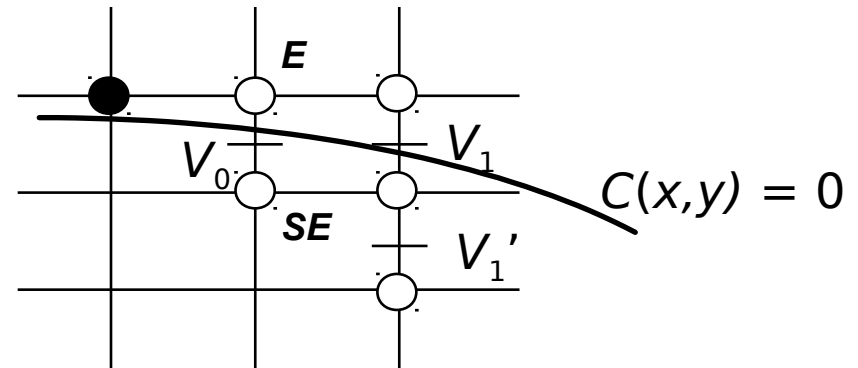
$$\text{Sen\~{a}o } V \leftarrow V + 2 * (a + b) ; y \leftarrow y + 1$$

# Extensão para demais Octantes

- Se  $x_2 < x_1$ 
  - ♦ Trocar  $P_1$  com  $P_2$
- Se  $y_2 < y_1$ 
  - ♦  $y_1 \leftarrow -y_1$
  - ♦  $y_2 \leftarrow -y_2$
  - ♦ Pintar pixel  $(x, -y)$
- Se  $|y_2 - y_1| > |x_2 - x_1|$ 
  - ♦ Repetir o algoritmo trocando “y” com “x”

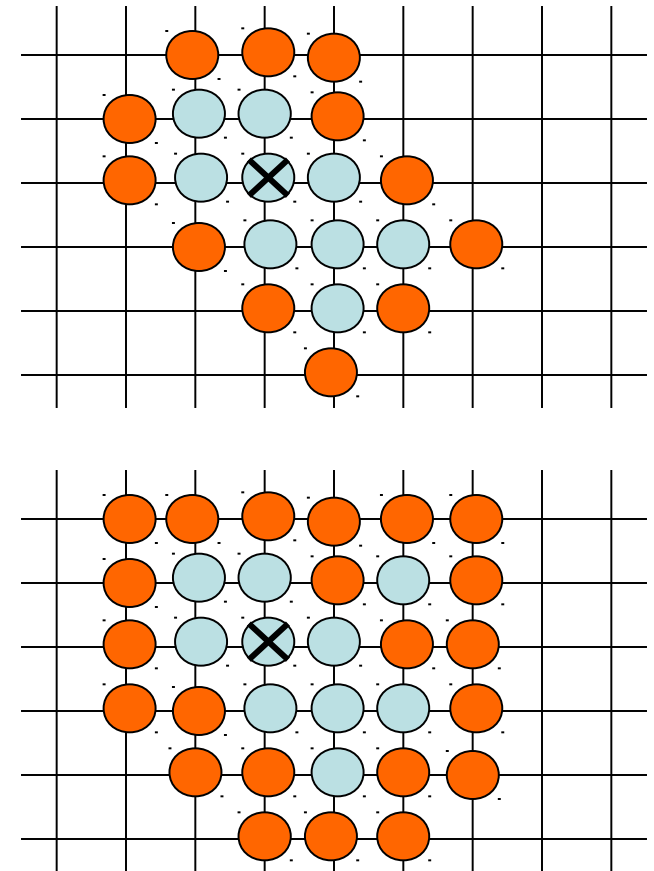
# Rasterização de Círculos

- Mesma idéia de avaliar incrementalmente uma função que classifica o ponto médio entre um pixel e outro com relação a uma função implícita
- Apenas um octante precisa ser avaliado, os demais são simétricos
  - ♦ Para cada pixel computado, oito são pintados
- Derivação um pouco mais difícil que a da reta
- Outras cônicas podem também ser rasterizadas de forma semelhante



# Preenchimento de Regiões

- Não é propriamente rasterização uma vez que operação se dá no espaço da imagem
- Regiões são definidas por critérios de vizinhança a um pixel dado (semente)
  - ◆ 4-conexa (borda 8-conexa)
  - ◆ 8-conexa (borda 4-conexa)
- Exemplo:
  - ◆ Pixels com cor semelhante à semente
    - Borda tem cor diferente
  - ◆ Pixels com cor diferente de uma cor dada
    - Borda tem cor igual à cor dada



# Algoritmo de Preenchimento

- Conhecido como “*Flood Fill*”
- Algoritmo recursivo
  - ◆ Preenche vizinhos da semente que atendem ao critério
  - ◆ Aplica o algoritmo recursivamente tomando esses vizinhos como sementes
  - ◆ Termina quando nenhum vizinho atende o critério

# Algoritmo de Preenchimento

- Pseudo-código:

Procedure *FloodFill* ( $x, y, cor, novaCor$ )

Se *pixel* ( $x, y$ ) = *cor* então

*pixel* ( $x, y$ )  $\leftarrow$  *novaCor*

*FloodFill* ( $x + 1, y, cor, novaCor$ )

*FloodFill* ( $x, y + 1, cor, novaCor$ )

*FloodFill* ( $x - 1, y, cor, novaCor$ )

*FloodFill* ( $x, y - 1, cor, novaCor$ )

- Uso abusivo de recursão pode ser contornado preenchendo intervalos horizontais iterativamente
- Pode ser necessário usar um bitmap auxiliar para marcar os pixels visitados. Por exemplo
  - ♦ Critério é *pixel* ( $x, y$ )  $\approx$  *cor*
  - ♦ Se *cor*  $\approx$  *novaCor*, não há meio de distinguir um pixel visitado de um não visitado

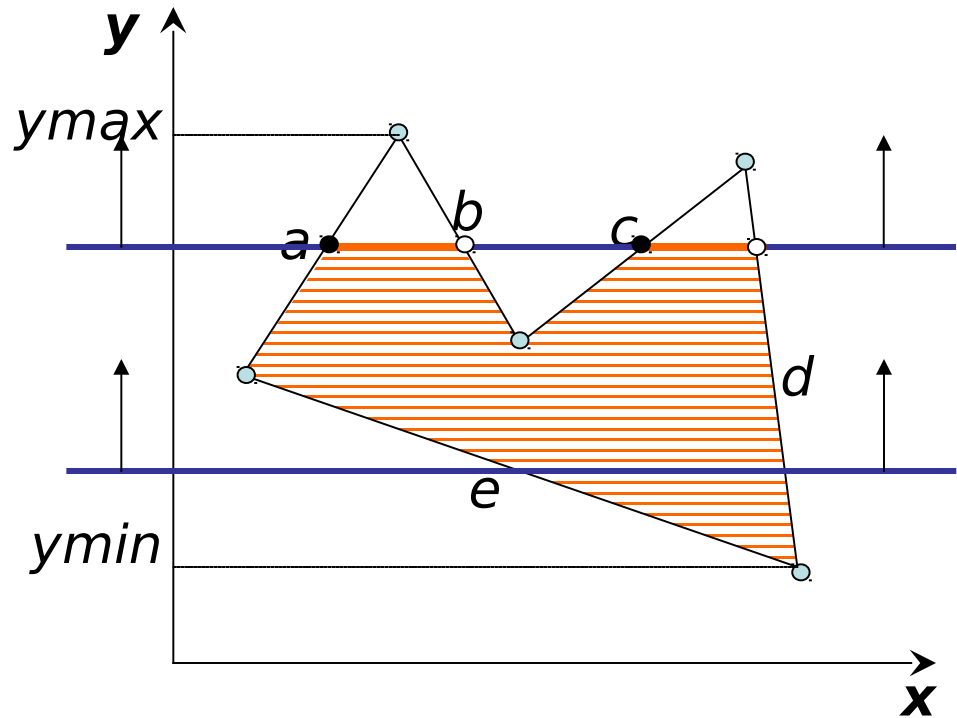


# Rasterização de Polígonos

- Operação fundamental em computação gráfica
- Polígono é dado por uma lista de vértices
  - ◆ Último vértice = primeiro vértice
- Obs.: OpenGL rasteriza apenas triângulos
  - ◆ Triângulos são casos especiais de polígonos
  - ◆ Polígonos genéricos precisam ser triangulados
    - Triangulação faz parte da biblioteca de utilitários (***gluTessellate***)

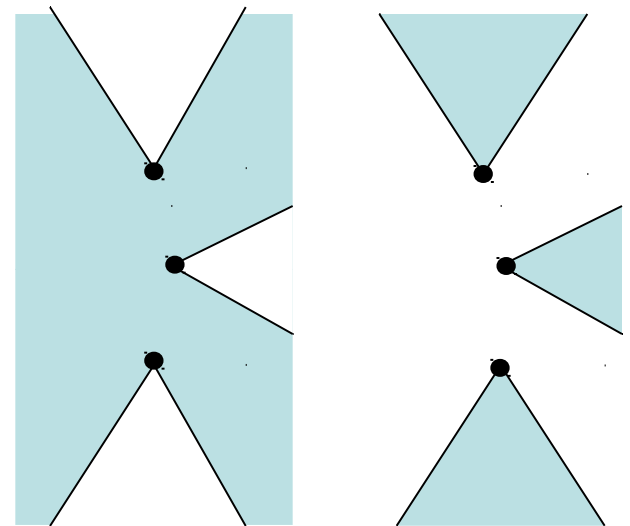
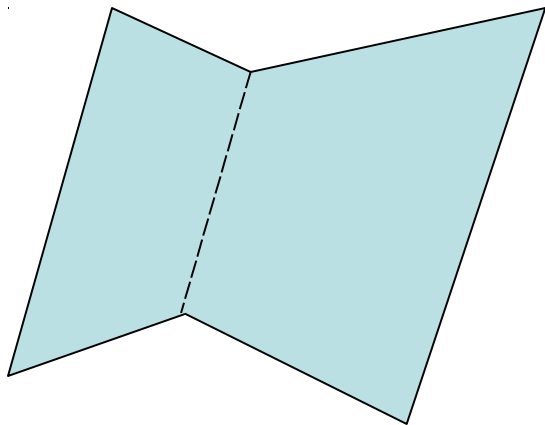
# Rasterização de Polígonos

- Algoritmo clássico usa técnica de varredura
  - ♦ Arestas são ordenadas
    - Chave primária:  $y$  mínimo
    - Chave secundária:  $x$  mín.
    - Exemplo:  $(e, d, a, b, c)$
  - ♦ Linha de varredura perpendicular ao eixo  $y$  percorre o polígono (desde  $y_{min}$  até  $y_{max}$ )
  - ♦ Intervalos horizontais entre pares de arestas são preenchidos



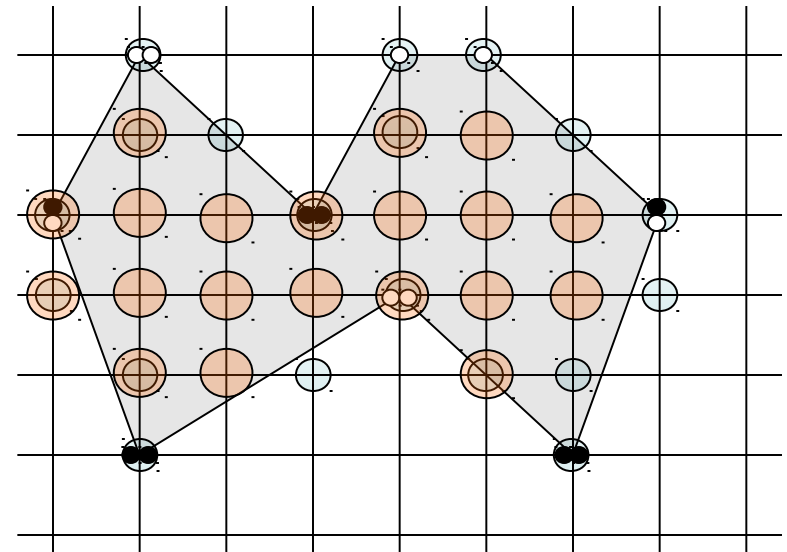
# Rasterização de Polígonos

- Cuidados devem ser tomados para evitar pintar um mesmo pixel mais de uma vez
  - ◆ Dois polígonos adjacentes
  - ◆ Vértices (pertencem a 2 arestas)



# Rasterização de Polígonos

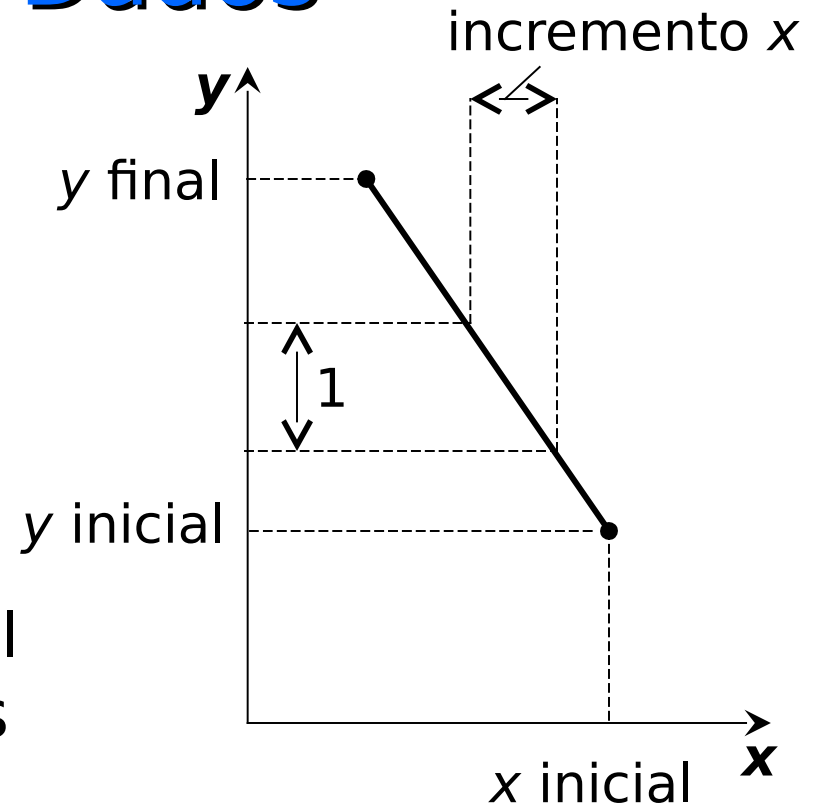
- Intervalos de preenchimento
  - ◆ Definidos sobre a linha de varredura
  - ◆ Cada intervalo começa e termina sobre um pixel interceptado por uma aresta
    - Primeiro pixel é pintado, último não
  - ◆ Arestas horizontais não são consideradas
  - ◆ Um vértice de uma aresta não horizontal é considerado apenas se for o vértice com *menor y*



- Pixel resultante da interseção entre arestas e linhas de varredura
- Pixel pintado

# Rasterização de Polígonos – Estruturas de Dados

- Aresta
  - ♦  $y$  inicial ( $y$  mínimo)
  - ♦  $y$  final
  - ♦  $x$  corrente (inicialmente,  $x$  inicial)
  - ♦  $dx$  (incremento  $x$ )
- Lista de Arestas – arestas do polígono
  - ♦ Ordenadas por  $y$  inicial /  $x$  inicial
- Lista de Arestas Ativas – arestas do polígono que interceptam linha de varredura corrente
  - ♦ Ordenadas por coordenada  $x$  de interseção



# Rasterização de Polígonos – Pseudo Código

- Inicialização
  - ♦ Criar e ordenar  $LA$  (lista de arestas)
  - ♦ Computar  $ymin$  e  $ymax$
  - ♦  $LAA \leftarrow nulo$
- Para  $y$  desde  $ymin$  até  $ymax$  fazer
  - ♦ Inserir em  $LAA$  todas as arestas com  $yinicial = y$
  - ♦ Retirar da  $LAA$  todas as arestas com  $yfinal = y$
  - ♦ Para cada par de arestas  $A1/A2$  da  $LAA$  fazer
    - Desenhar todos os pixels com  $x$  entre  $A1.xcorrente$  e  $A2.xcorrente$  (exclusive)
  - ♦ Para cada aresta  $A$  da  $LAA$  fazer
    - $A.xcorrente \leftarrow A.xcorrente + A.dx$
  - ♦ Reordenar a  $LAA$  (arestas cruzadas)